

Άθροισμα και διαφορά γωνιών - Τριγωνομετρία

1. Να υπολογίσετε, χωρίς τη χρήση υπολογιστικής μηχανής, τις τιμές των πιο κάτω παραστάσεων: (μ. 1,5 – 1,5 – 1,5 – 1,5 – 1,5)

α) $\eta\mu 105^\circ =$

β) $\sin(20^\circ + \alpha) \sin(25^\circ - \alpha) - \eta\mu(20^\circ + \alpha) \eta\mu(25^\circ - \alpha) =$

γ) $2\sin^2 75^\circ - 1 =$

δ) $\frac{\eta\mu 72^\circ}{\eta\mu 24^\circ} - \frac{\sin 72^\circ}{\sin 24^\circ} =$

ε) $\frac{\sin^2 25^\circ - \eta\mu^2 25^\circ}{2\eta\mu 20^\circ \sin 20^\circ} =$

2. Αν $\sin 2\theta - \eta\mu 2\theta = 1$, να υπολογίσετε την $\epsilon\phi\theta$. (μ. 2,5)

3. Να αποδείξετε τις ταυτότητες:

α) $\frac{1 - \sin 2\theta}{\eta\mu 2\theta} + \frac{\eta\mu 2\theta}{1 + \sin 2\theta} = 2\epsilon\phi\theta$ (μ. 2,5)

β) $\frac{\eta\mu 3\omega}{\eta\mu \omega} + \frac{\sin 3\omega}{\sin \omega} = 4\sin 2\omega$ (μ. 2,5)

γ) $\epsilon\phi(\alpha + \beta) - \epsilon\phi\alpha = \frac{\eta\mu\beta}{\sin\alpha \cdot \sin(\alpha + \beta)}$ (μ. 2,5)

δ) $\sin^4 \theta = \frac{1}{8} (\sin 4\theta + 4\sin 2\theta + 3)$ (μ. 2,5)

4. Αν $\sin(2\psi + \chi) = \sin \chi$, να δείξετε ότι $\epsilon\phi\psi = -\epsilon\phi\chi$.

5. Να βρείτε χωρίς υπολογιστική μηχανή την αριθμητική τιμή των πιο κάτω παραστάσεων:

α) $\eta\mu(\chi + 35^\circ) \cdot \sin(\chi - 10^\circ) - \eta\mu(\chi - 10^\circ) \cdot \sin(35^\circ + \chi) =$

β) $\frac{\epsilon\phi 37^\circ + \epsilon\phi 8^\circ}{1 - \epsilon\phi 8^\circ \cdot \epsilon\phi 37^\circ} =$

γ) $\frac{2 \cdot \eta\mu 23^\circ \cdot \sin 23^\circ}{2\sin^2 22^\circ - 1} =$ (μ. 6)

δ) $\sin(35^\circ - \alpha) \cdot \sin(55^\circ + \alpha) + \eta\mu(\alpha - 35^\circ) \cdot \eta\mu(55^\circ + \alpha) =$

6. Αν $\eta\mu\chi = \frac{12}{13}$ με $0^\circ < \chi < 90^\circ$ και $\sin\psi = \frac{-3}{5}$ με $180^\circ < \psi < 270^\circ$ να βρείτε τις τιμές των παραστάσεων:

i) $\sin(\chi - \psi) =$

ii) $\sin \frac{\psi}{2} =$ (μ. 4)

6. Να αποδείξετε τις ταυτότητες:

$$\alpha) \frac{\eta\mu 2\chi + \eta\mu\chi}{\sigma\upsilon\nu 2\chi + \sigma\upsilon\nu\chi + 1} = \epsilon\phi\chi \qquad \beta) \eta\mu^2\left(\frac{\pi}{8} + \frac{\alpha}{2}\right) - \eta\mu^2\left(\frac{\pi}{8} - \frac{\alpha}{2}\right) = \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \eta\mu\alpha$$

$$\gamma) (\sigma\upsilon\nu\alpha - \sigma\upsilon\nu\beta)^2 + (\eta\mu\alpha - \eta\mu\beta)^2 = 4\eta\mu^2 \frac{\alpha - \beta}{2} \qquad (\mu. 8)$$

$$\delta) \sigma\upsilon\nu^2\alpha + \sigma\upsilon\nu^2(60^\circ + \alpha) + \sigma\upsilon\nu^2(60^\circ - \alpha) = \frac{3}{2}$$

7. Αν $\eta\mu\chi \cdot \eta\mu\psi = \frac{\sqrt{2}}{10}$ και $\epsilon\phi\chi \cdot \epsilon\phi\psi = \frac{1}{6}$ να αποδείξετε ότι:

$$\alpha) \chi + \psi = 45^\circ \qquad (\mu. 2)$$

$$\beta) \epsilon\phi 2\chi \cdot \epsilon\phi 2\psi = 1$$