

ΕΠΑΝΑΝΑΛΗΠΤΙΚΕΣ ΑΣΚΗΣΕΙΣ

Α΄ ΛΥΚΕΙΟΥ ΚΟΙΝΟΥ ΚΟΡΜΟΥ

ΥΛΗ Α΄ ΤΕΤΡΑΜΗΝΟΥ

1. Να απλοποιήσετε τις παραστάσεις:

(α) $\sqrt{36}$

(β) $\sqrt[3]{27}$

(γ) $\frac{\sqrt{200}}{\sqrt{2}}$

(δ) $\sqrt[4]{\frac{81}{16}}$

(ε) $\sqrt{50}$

(στ) $\sqrt[3]{48}$

(ζ) $\sqrt{(\alpha + \beta)^2}$

(η) $\sqrt{64x^6\psi^8}$

2. Να κάνετε τις πράξεις και όλες τις απλοποιήσεις:

(α) $-2\sqrt{81} + 4\sqrt{16} - 11\sqrt{121}$

(β) $\sqrt{12} + 2\sqrt{27} - 3\sqrt{75}$

(γ) $(\sqrt{2} - 1)^2$

(δ) $\sqrt{1 + \sqrt{5 + \sqrt{19 - \sqrt{9}}}}$

3. Να μετατρέψετε τα ακόλουθα κλάσματα σε ισοδύναμα με ρητό παρονομαστή:

(α) $\frac{3}{2\sqrt{5}}$

(β) $\frac{14}{\sqrt[5]{7^3}}$

(γ) $\frac{6}{\sqrt{5} + \sqrt{2}}$

(δ) $\frac{3}{\sqrt{5} - 2}$

4. Να λύσετε τις εξισώσεις:

(α) $x^4 - 81 = 0$

(β) $x^2 - 25 = 0$

(γ) $x^{\frac{2}{5}} + 1 = 10, x \geq 0$

(δ) $x^3 - 8 = 0$

(ε) $x^4 + 27x = 0$

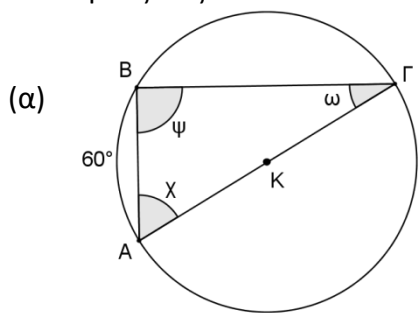
(στ) $(3 - x)^4 = 16$

(ζ) $(x - 1)^6 + 32(x - 1) = 0$

(η) $\sqrt{x+1} = 4$

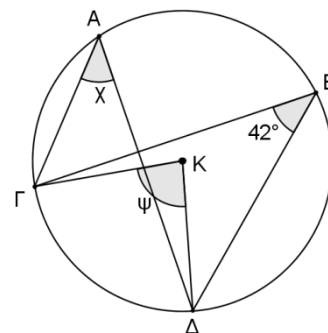
(θ) $\sqrt[5]{8 - 2x} = 2$

5. Να υπολογίσετε τις γωνίες που είναι σημειωμένες στα παρακάτω σχήματα, δικαιολογώντας τις απαντήσεις σας.

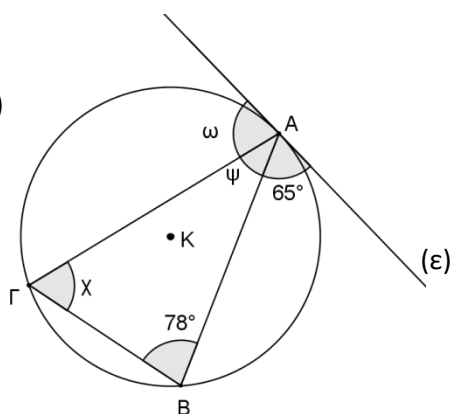


ΑΓ διάμετρος του κύκλου

(β)

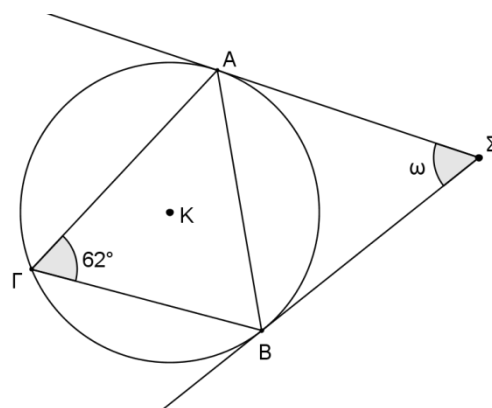


(γ)



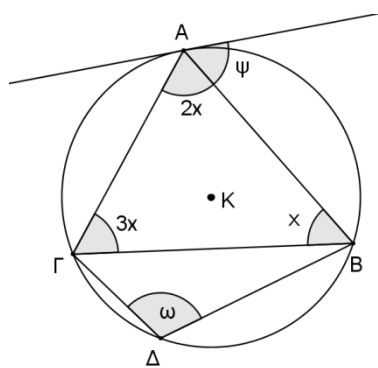
(ε) εφαπτόμενη του κύκλου

(δ)



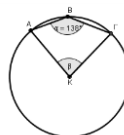
ΣΑ, ΣΒ εφαπτόμενες του κύκλου

(ε)

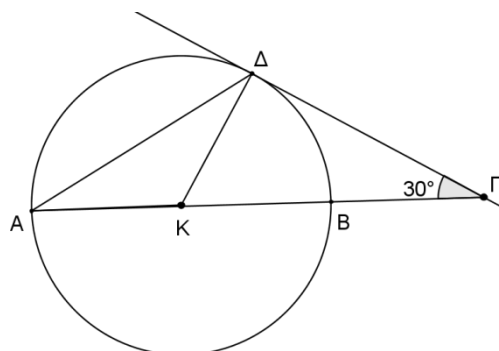


(ε) εφαπτόμενη του κύκλου

(στ)



6. Στο διπλανό σχήμα, AB είναι διάμετρος του κύκλου (K, R) και Γ είναι ένα σημείο στην προέκταση της AB . Από το σημείο Γ φέρνουμε εφαπτόμενη $\Gamma\Delta$, όπου Δ είναι το σημείο επαφής. Αν $\angle \Gamma = 30^\circ$, να δείξετε ότι το τρίγωνο $A\Gamma\Delta$ είναι ισοσκελές.



7. (α) Δίνονται οι κύκλοι $(K, 5 \text{ cm})$ και $(\Lambda, 3 \text{ cm})$. Αν $(K\Lambda) = 12 \text{ cm}$, να βρείτε τη θέση των δύο κύκλων.

(β) Δίνονται οι κύκλοι (K, R) και (Λ, ρ) με διάκεντρο $(K\Lambda) = 7 \text{ cm}$.

Να δώσετε δύο δικές σας τιμές στις ακτίνες των δύο κύκλων, ώστε οι δύο κύκλοι να εφάπτονται εσωτερικά.

8. Να γράψετε σε πιο τεταρτημόριο βρίσκονται οι τελικές πλευρές των πιο κάτω γωνιών και να βρείτε το πρόσημο των τριγωνομετρικών αριθμών τους: $15^\circ, 100^\circ, 170^\circ, 260^\circ, 350^\circ$

9. Η τελική πλευρά μιας γωνίας ω τέμνει τον τριγωνομετρικό κύκλο στο σημείο $A\left(-\frac{3}{5}, \frac{4}{5}\right)$

Να κάνετε σχήμα και να βρείτε τους τριγωνομετρικούς αριθμούς $\eta\mu\omega, \sigma\upsilon\upsilon\omega, \epsilon\phi\omega, \sigma\phi\omega$

10. Να γράψετε τους πιο κάτω τριγωνομετρικούς αριθμούς, ως τριγωνομετρικούς αριθμούς οξείας γωνίας.

(α) $\eta\mu 170^\circ$

(β) $\sigma\upsilon\upsilon 100^\circ$

(γ) $\eta\mu 125^\circ$

(δ) $\epsilon\phi 125^\circ$

11. Αν $\eta\mu\theta = \frac{3}{5}$ και $0^\circ < \theta < 90^\circ$, να βρείτε τα $\sigma\upsilon\upsilon\theta, \epsilon\phi\theta, \sigma\phi\theta$.

12. Αν $\sigma\upsilon\upsilon\theta = -\frac{5}{13}$ και $90^\circ < \theta < 180^\circ$, να βρείτε το $\eta\mu\theta, \epsilon\phi\theta, \sigma\phi\theta$.

13. Να αποδείξετε τις πιο κάτω ταυτότητες

(α) $\sigma\upsilon\upsilon^2\theta(1 + \epsilon\phi^2\theta) = 1$

(β) $(\eta\mu\phi + \sigma\upsilon\upsilon\phi)^2 - 2\eta\mu\phi\sigma\upsilon\upsilon\phi = 1$

(γ) $\frac{1 + \epsilon\phi\chi}{1 + \sigma\phi\chi} = \epsilon\phi\chi$

(δ) $(1 - \sigma\upsilon\upsilon\theta)(1 + \sigma\upsilon\upsilon\theta) = \eta\mu^2\theta$

(ε) $(\eta\mu\phi + \sigma\upsilon\upsilon\phi)^2 = 2 + 2\eta\mu\phi\sigma\upsilon\upsilon\phi$

(ζ) $\frac{\eta\mu^2\theta - \sigma\upsilon\upsilon^2\theta\eta\mu^2\theta}{\eta\mu^2\theta} = \eta\mu^2\theta$

(η) $\frac{\eta\mu\theta\sigma\upsilon\upsilon\theta}{1 - \sigma\upsilon\upsilon^2\theta} = \sigma\phi\theta$

14. Στο διπλανό σχήμα το $AB\Gamma\Delta$ είναι τετράπλευρο και τα

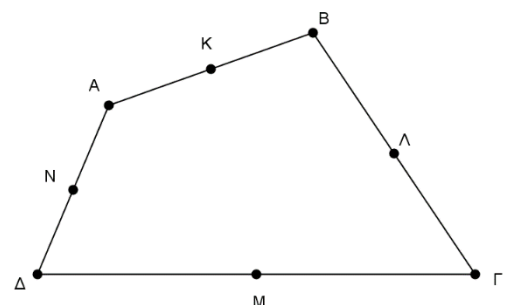
K, Λ, M, N είναι τα μέσα των πλευρών

$AB, B\Gamma, \Gamma\Delta, \Delta A$ αντίστοιχα.

Αν $\overrightarrow{AB} = 2\vec{\alpha}, \overrightarrow{AD} = 2\vec{\beta}, \overrightarrow{DG} = 2\vec{\gamma}$, να αποδείξετε ότι:

(α) $\overrightarrow{BG} = -2\vec{\alpha} + 2\vec{\beta} + 2\vec{\gamma}$

(β) $\overrightarrow{K\Lambda} = \overrightarrow{NM}$



15. Το τετράπλευρο $AB\Gamma\Delta$ είναι τραπέζιο με $AB \parallel \Gamma\Delta$. Αν M, N είναι τα μέσα των $B\Gamma, A\Delta$ αντίστοιχα, να

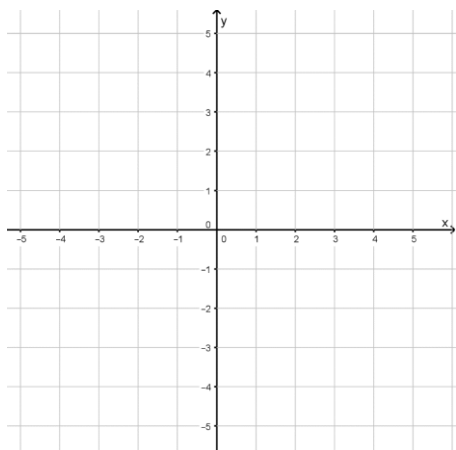
αποδείξετε ότι $\overline{NM} = \frac{1}{2}(\overline{AB} + \overline{\Delta\Gamma})$

ΥΛΗ Β' ΤΕΤΡΑΜΗΝΟΥ

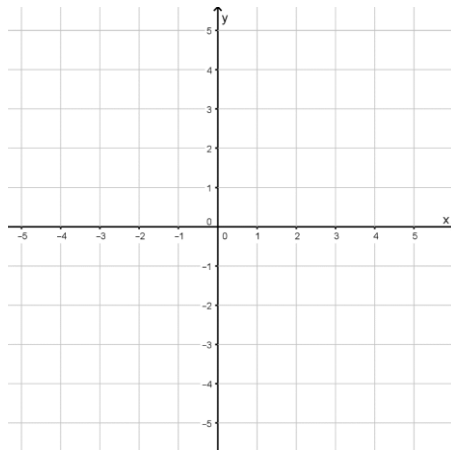
16. Να σχεδιάσετε τις πιο κάτω παραβολές και σε κάθε περίπτωση

- (α) Να βρείτε την κορυφή της
- (β) Να εξετάσετε αν έχει μέγιστη ή ελάχιστη τιμή
- (γ) Να βρείτε τον άξονα συμμετρίας της

(i) $\psi = -2\chi^2$



(ii) $\psi = (\chi + 3)^2 - 2$



17. Να βρείτε την εξίσωση της παραβολής, όταν η παραβολή $y = x^2$ μετατοπίζεται

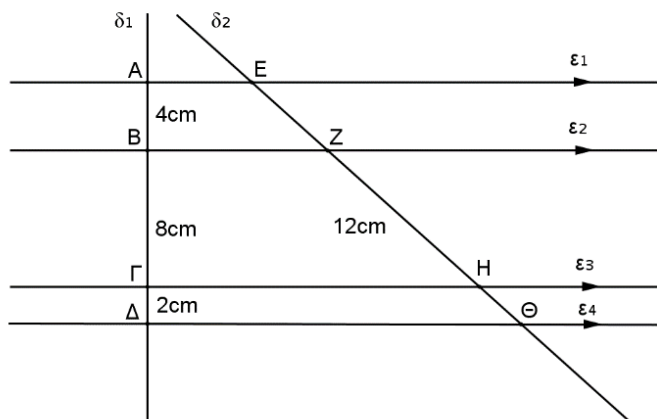
- (α) 1 μονάδα αριστερά
- (β) 2 μονάδες κάτω
- (γ) 4 μονάδες δεξιά και 2 πάνω
- (δ) 2 μονάδες αριστερά και 1 κάτω

18. Να βρείτε μια εξίσωση δευτέρου βαθμού, που έχει ρίζες (λύσεις) $x_1 = -3, x_2 = 5$

19. Δίνεται η εξίσωση $x^2 - (\kappa + 4)x + \kappa + 7 = 0$. Να βρείτε την τιμή της παραμέτρου κ

- (α) Αν η εξίσωση έχει ρίζα (λύση) το -2
- (β) Αν η εξίσωση έχει δυο πραγματικές και ίσες λύσεις.

20. Να βρείτε την τιμή του $\lambda \in \mathbb{R}$, ώστε η παραβολή $y = \lambda x^2 + (3\lambda + 4)x$ να περνά από το σημείο $(-2, 4)$.
21. Αν x_1, x_2 είναι οι ρίζες (λύσεις) της εξίσωσης $-2x^2 + 4x - 3 = 0$, να βρείτε τις τιμές των:
- (α) $S = x_1 + x_2$ (β) $P = x_1 x_2$ (γ) $3x_1 + 2x_1 x_2 + 3x_2$
- (δ) $(x_1 + 4)(x_2 + 4)$ (ε) $\frac{2}{x_1} + \frac{2}{x_2}$ (στ) $x_1^2 + x_2^2$
22. Δίνεται η εξίσωση $x^2 - (\lambda + 3)x + \lambda - 1 = 0$. Να υπολογίσετε την τιμή της παραμέτρου $\lambda \in \mathbb{R}$, ώστε η εξίσωση να έχει:
- (α) Ρίζες αντίθετες (β) Ρίζες αντίστροφες (γ) Ρίζα (λύση) τον αριθμό -1
- (δ) Άθροισμα ριζών ίσο με 10 (ε) Γινόμενο ριζών ίσο με 8
23. Να απλοποιήσετε το κλάσμα $\frac{2x^2 - 11x + 5}{x^2 - 3x - 10}$
24. Να λύσετε το σύστημα: $\begin{cases} x + y = 7 \\ xy = -30 \end{cases}$
25. Να λύσετε τις ανισώσεις (α) $x^2 - x - 2 \geq 0$ (β) $-x^2 + x + 20 < 0$
26. Να βρείτε, για τις διάφορες τιμές της παραμέτρου $\mu \in \mathbb{R}$, το πλήθος των πραγματικών ριζών του τριωνύμου $f(x) = -x^2 + (\mu - 2)x + 2\mu - 1$
27. Να βρείτε το πρόσημο των πιο κάτω τριωνύμων για όλες τις τιμές του $\chi \in \mathbb{R}$
- (α) $\chi^2 - 5\chi - 6$ (β) $(\chi - 2)(\chi - 7)$
- (γ) $25 - \chi^2$ (δ) $\chi^2 - \chi - 2$
28. Στο πιο κάτω σχήμα δίνεται ότι $AB = 4\text{ cm}$, $B\Gamma = 8\text{ cm}$, $\Gamma\Delta = 2\text{ cm}$, $Z\text{H} = 12\text{ cm}$ και $\varepsilon_1 // \varepsilon_2 // \varepsilon_3 // \varepsilon_4$.
Να υπολογίσετε τα μήκη των EZ και $Z\Theta$.



- 29.** Δίνεται κύκλος με διάμετρο $\Gamma\Delta$ και έστω (ε) η εφαπτομένη του κύκλου στο σημείο Δ . Από σημείο H της (ε) φέρουμε τέμνουσα $HZ\Gamma$ και από τυχαίο σημείο A της ΔZ φέρουμε την AB κάθετη στην $\Gamma\Delta$ (B σημείο της $\Gamma\Delta$). Να δείξετε ότι $(AB)(HG) = (A\Delta)(\Delta\Gamma)$
- 30.** Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ με $\angle A = 90^\circ$. Φέρουμε το ύψος $A\Delta$ του τριγώνου $AB\Gamma$.
Να δείξετε ότι (α) Τα τρίγωνα $AB\Gamma, A\Delta B, A\Delta\Gamma$ είναι όμοια
(β) $(AB)^2 = (B\Gamma)(B\Delta)$.
(γ) $(A\Delta)^2 = (\Delta B)(\Delta\Gamma)$
- 31.** Τρίγωνο $AB\Gamma$ είναι εγγεγραμμένο σε κύκλο ώστε $A\Gamma$ διάμετρος του κύκλου. Φέρουμε την εφαπτομένη (ε) του κύκλου στο Γ . Αν η διχοτόμος της $\angle B\Delta\Gamma$ τέμνει τη $B\Gamma$ στο Σ και την εφαπτομένη (ε) στο Δ , να αποδείξετε ότι $(B\Sigma)(A\Delta) = (A\Sigma)(\Gamma\Delta)$
- 32.** Σε μια τάξη ενός Λυκείου θέλουμε να εξετάσουμε την επίδοση 15 μαθητών στα Μαθηματικά. Πήραμε τις παρακάτω βαθμολογίες :
12, 15, 12, 14, 15, 10, 12, 15, 17, 18, 14, 20, 14, 17, 20.
Να υπολογίσετε την τυπική απόκλιση των βαθμολογιών τους.
- 33.** Το βάρος πέντε μαθητών είναι 62, 77, 65, 72 και 69 κιλά .
(α) Να βρείτε το μέσο όρο του βάρους των πέντε μαθητών και να υπολογίσετε τη διάμεσο του βάρους τους.
(β) Στην πιο πάνω ομάδα μαθητών, αν προστεθεί και έκτος τότε το μέσο βάρος των έξι μαθητών θα γίνει 72 κιλά. Να βρείτε το βάρος του έκτου μαθητή που προστέθηκε στην ομάδα.