

Νόμος Ημιτόνων και συνημίτονων - Ασκήσεις

1. Αν σε τρίγωνο ΑΒΓ ισχύει $\alpha=4\text{cm}$, $\beta=2\sqrt{3}\text{cm}$ και $E=4\sqrt{3}\text{cm}^2$ να υπολογίστε τη γωνία Γ και τη πλευρά γ.
2. Να αποδείξετε ότι σε κάθε τρίγωνο ΑΒΓ ισχύει η σχέση
$$\beta\gamma\sin A + \alpha\gamma\sin B + \alpha\beta\sin \Gamma = \frac{\alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2}{2}.$$
3. Σε τρίγωνο ΑΒΓ ισχύει $\beta=\sqrt{2}\text{cm}$, $\gamma=\sqrt{3}\text{cm}$ και $\Gamma=60^\circ$. Να επιλυθεί το τρίγωνο.
($\eta\mu 75^\circ=0,97$, $\sigma\upsilon\nu 75^\circ=0.26$)
4. Αν σε τρίγωνο ΑΒΓ ισχύει $\beta(\sin A + \sin \Gamma) = \alpha + \gamma$ να δείξετε ότι το τρίγωνο είναι ορθογώνιο.
5. Να επιλύσετε το τρίγωνο και να βρεθεί το εμβαδόν του αν:
 $\beta = 8\text{cm}$, $\gamma = 4\text{cm}$, $\Gamma = 30^\circ$.
6. Να δείξετε ότι σε κάθε τρίγωνο ΑΒΓ ισχύει η σχέση $E = \beta R \eta\mu A \eta\mu \Gamma$
7. Αν σε τρίγωνο ισχύει η σχέση $2\alpha\sin \Gamma = \beta$ να δείξετε ότι το τρίγωνο είναι ισοσκελές.
8. Αν σε τρίγωνο ισχύει η σχέση $\eta\mu A (\sin B + \sin \Gamma) = \frac{\beta + \gamma}{2R}$
να δείξετε ότι το τρίγωνο είναι ορθογώνιο.
10. Αν α και β είναι δύο ίσες πλευρές ισοσκελούς τριγώνου ΑΒΓ να δείξετε ότι ισχύει η σχέση $\gamma^2 = 2\alpha^2 (1 - \sin \Gamma)$
11. Αν $n-2$, n , $n+2$ είναι πλευρές ενός τριγώνου ΑΒΓ που έχει μία γωνιά 120° , να υπολογιστεί το n

12. Αν σε τρίγωνο $\hat{A}B\Gamma$ ισχύει $\frac{2E}{\eta\mu\Gamma} = \beta^2 + \alpha^2 - \gamma^2$ να υπολογίσετε τη γωνία $\hat{\Gamma}$.
13. Να αποδείξετε ότι σε κάθε τρίγωνο $\hat{A}B\Gamma$ ισχύει η σχέση $\beta = \gamma \sin A + \alpha \sin \Gamma$.
14. Αν σε τρίγωνο $\hat{A}B\Gamma$ ισχύει $4R \epsilon\phi\Gamma \sin \Gamma - 2\beta \sin A = 0$ να αποδείξετε ότι το τρίγωνο είναι ορθογώνιο.
15. Αν σε τρίγωνο $\hat{A}B\Gamma$ ισχύει $\hat{B} = 90^\circ + \hat{A}$ να αποδείξετε ότι ισχύει $\alpha^2 + \beta^2 = 4R^2$.
Αν επιπλέον ισχύει $\gamma^2 + 2\alpha\beta \sin \Gamma = 25$ να αποδείξετε ότι $\gamma = 5\eta\mu\Gamma$.
16. Αν τρίγωνο $AB\Gamma$ έχει $\alpha = 2\beta$, $\hat{\Gamma} = 60^\circ$ και $E = 2\sqrt{3} \text{ cm}^2$, να υπολογίσετε τις τρεις πλευρές του.
17. Αν σε τρίγωνο $AB\Gamma$ ισχύει η σχέση $2\eta\mu\Gamma \sin A = \eta\mu B$, να δείξετε ότι το τρίγωνο είναι ισοσκελές.
18. Να δείξετε ότι σε κάθε τρίγωνο $AB\Gamma$ ισχύουν οι σχέσεις:
- i) $\frac{\beta^2 + \gamma^2 - \alpha^2}{\gamma^2 + \alpha^2 - \beta^2} = \frac{\sigma\phi A}{\sigma\phi B}$
- ii) $\frac{\gamma\eta\mu B}{\alpha - \beta \sin \Gamma} = \epsilon\phi B$
19. Αν σε τρίγωνο $AB\Gamma$ είναι $\hat{A} = 60^\circ$, να δείξετε ότι: $(\beta + \gamma + \alpha)(\beta + \gamma - \alpha) = 3\beta\gamma$
20. Αν σε τρίγωνο $AB\Gamma$ ισχύει η σχέση: $\sin \Gamma + \sin A = \frac{\alpha + \gamma}{\beta}$, να δείξετε ότι είναι ορθογώνιο.
21. Αποδείξτε ότι σε τυχαίο τρίγωνο $AB\Gamma$, ισχύει η σχέση: $\sigma\phi A + \sigma\phi B + \sigma\phi \Gamma = \frac{\alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2}{4}$